

Les Cartes mentales de la Corpo



Chers étudiants, ça y est, le semestre touche à sa fin. Mais pour bien profiter de l'été et éviter les rattrapages, la case des partiels semble inévitable !

Depuis maintenant 90 ans la Corpo Assas accompagne les étudiants dans tous les domaines de la vie universitaire, et pour la première fois cette année on vous propose des cartes mentales. Ces fiches sont écrites par nos membres dans le but de favoriser l'entraide étudiants ainsi que de vous aider dans l'apprentissage de certaines notions clés d'une matière.

Effectivement, ces fiches sont là pour vous orienter, elles sont faites par des étudiants et ne sont en aucun cas un substitut à ce qui a été enseigné en TD ou en cours.

Si jamais il vous venait des questions, n'hésitez pas à nous envoyer un message sur la page Facebook Corpo Assas ou à contacter *Gabrielle Manbandza* ou *Angélique Polide*.

" Comment valider votre année ? Pour les L1 :

Il faut tout d'abord rappeler que toutes vos notes se compensent. Pour valider de la manière la plus simple votre année, il vous faut valider votre bloc de matières fondamentales mais aussi votre bloc de matières complémentaires. Cependant, le calcul peut s'avérer plus complexe...

Chaque fin de semestre est marquée par des examens qui constituent l'épine dorsale de la validation de votre année. Bon nombre d'autres possibilités vous sont proposées pour engranger un maximum de points et limiter ainsi l'impact de vos partiels. Chacun de vos chargés de TD va vous attribuer une note sur 20 à l'issue du semestre. Vos TD de matières fondamentales comptent donc autant que l'examen écrit, lui aussi noté sur 20. Cet examen s'effectue en 3h et nécessite un exercice de rédaction. Sur un semestre, une matière fondamentale peut donc vous

rapporter jusqu'à 40 points. Seuls 20 points sont nécessaires à la validation de la matière. Pour valider votre bloc de fondamentales, il vous faut donc obtenir 40 points en additionnant vos notes de TD et vos notes aux partiels. Si toutefois vous n'obtenez pas ces 40 points, vous repasserez en juillet lors de la session de rattrapage, la ou les matières que vous n'auriez pas validée(s).

Attention : le passage par juillet annule votre note de TD obtenue dans la matière.

Pour les L2 :

Le principe est similaire, à la différence qu'il y a plus de matières fondamentales et plus de matières complémentaires.

Conclusion simple : travailler toutes les matières un minimum en mettant l'accent sur les TD et les matières fondamentales (les plus gros coefficients) vous permettra de maximiser vos chances de valider votre année du premier coup et ainsi éviter l'écueil des rattrapages de juillet.

Si, au sein même des unités d'enseignement, les matières se compensent, les blocs peuvent aussi se compenser entre eux à la fin de l'année. Ainsi, si vous obtenez une moyenne générale sur l'année de 10/20, votre passage est assuré.

En cas d'échec lors des sessions de janvier et de juin, une seconde chance vous est offerte en juillet.

Attention, contrairement aux idées reçues, les rattrapages ne sont pas plus faciles, ils sont connus pour être notés plus sévèrement. Toutes les matières des blocs non validés où vous n'avez pas eu la moyenne sont à repasser. S'il s'agit d'une matière à TD, la note de TD est annulée (même si vous avez été défaillant), de sorte que la note obtenue en juillet compte double (8/20 revient à 16/40). Les points d'avance acquis lors de l'année (points au-dessus de la moyenne lors de la validation d'un bloc) sont valables après les rattrapages et permettent donc la compensation finale comme décrite précédemment.

A noter que le jury peut vous accorder quelques points pour l'obtention de votre année, notamment dans le cas d'un étudiant sérieux en TD... A bon entendeur !

Pour les L1, le passage en deuxième année peut aussi se faire en conditionnel, pour cela il vous faut valider les deux unités d'enseignement fondamental et une unité d'enseignement complémentaire tout en sachant que l'autre unité complémentaire sera à repasser en L2.

AVERTISSEMENT

Il est important de rappeler que les Professeurs et Maitres de conférence ne sauraient être tenus responsables d'une erreur ou d'une omission au sein des fiches de cours proposées, puisque ces dernières sont comme dit précédemment, réalisées, relues, et mises en page par des étudiants appartenant à la Corpo Paris Assas.

REMERCIEMENTS

La Corpo Paris Assas souhaiterait remercier sincèrement l'intégralité des professeurs ayant permis et autorisé la diffusion de ces fiches de cours et d'avoir ainsi offert aux étudiants une aide précieuse à la réussite de leur examens.

Décomposition d'une série chronologique :

Le modèle additif :

- Les 3 composantes : tendance, variations saisonnières et variations accidentelles sont indépendantes les unes des autres.
- y_t s'écrit comme la somme des 3 composantes : $y_t = ft + St + \epsilon_t$
- Graphiquement, les amplitudes des St sont constantes.

Principe de conservation des aires :

- Supposons : $\epsilon_t = 0$ ou ϵ est intégrés dans le trend : $y_t = ft + St$ La somme des variations saisonnières est nulle sur l'année :
 - ▶ Par trimestre : $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 0$
 - ▶ Par mois : $S_1 + S_2 + \dots + S_{12} = 0$
- Si p est la période du mouvement saisonnier :

$$\sum_{t=1}^p St = 0$$
- La moyenne des variations saisonnières est neutre sur l'année

Le modèle multiplicatif :

- Les variations saisonnières dépendent de la tendance.
- Y_t s'écrit de la manière suivante : $y_t = ft \times St \times \epsilon_t$
- Graphiquement, l'amplitude des variations (saisonnières) varie.

Principe de conservation des aires :

- $y_t = ft \times St$ avec ϵ_t intégrés dans le trend.
- Si p est la période du mouvement saisonnier :

$$\frac{1}{p} \sum_{t=1}^p St = 1 \quad (\text{pour neutraliser l'influence des } St)$$
- On pose $St = 1 + st$, alors $\bar{s} = 0$

Notations :

- La variable étudiée : y
- Le temps : t La variable y est liée fonctionnellement à la variable t .
- $t_1, t_2, \dots, t_n$ sont les n instants successifs d'observation.
- t prend les valeurs t_i avec i , de 1 à n .
- y_{t_i} (ou y_t) est la valeur mesurée à l'instant t_i .
- y prend les valeurs y_t .
- La série chronologique est noté (t_i, y_{t_i}) $1 \leq i \leq n$ ou (t_i, y_t) $1 \leq i \leq n$.

Séries chronologiques

Les composantes d'une série chronologique :

- Trend (ou la tendance) : ft
Le trend schématise la tendance générale du phénomène. Il correspond à l'évolution fondamentale de la série.
- Les variations saisonnières : St
Elles correspondent à un phénomène qui se répète à intervalle de temps régulier (périodique).
- Les variations accidentelles ou résiduelles : ϵ_t
Elles sont des fluctuations irrégulières et imprévisibles. Elles regroupent tout ce qui n'a pas été pris en compte par la tendance et le facteur saisonnier.
Sur un petit nombre d'année, les ϵ_t se compensent.
Si n est le nombre d'année, on a :

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_t = 0$$

Estimation des composantes d'une série chronologique (2 méthodes) :

Estimation de la tendance : Ajustement linéaire : $ft = at + b$

- Modèle additif : $y_t = ft + St$ (on annule les ϵ_t)
 - ▶ Ajustement par la Méthode des Moindres Carrés :
 $a = \text{Cov}(t, y) / V(t)$, $b = \bar{y}_t - a\bar{t}$
 - ▶ La série sera donc ajustée par l'expression :
 $y_t = at + b + St$
- Modèle multiplicatif : $y_t = ft \times St$ (on annule les ϵ_t)
 - ▶ $\ln y_t = \ln f_t + \ln S_t$

Estimation de la tendance : Méthode des moyennes mobiles

- On appelle moyenne mobile d'ordre p ($p < n$) la série constituée par les moyennes arithmétiques suivantes :

Si p est impair, $p = 2m + 1$: $M_p(t) = \frac{1}{p} \sum_{k=-m}^m y_{t+k}$

Si p est pair, $p = 2m$: $M_p(t) = \frac{1}{p} \left(\frac{y_{t-\frac{p}{2}}}{2} + \sum_{k=-m+1}^{m-1} y_{t+k} + \frac{y_{t+\frac{p}{2}}}{2} \right)$

Taux de croissance :

- Un taux de croissance mesure la variation d'une grandeur entre deux dates.
- Taux de croissance : $t = \frac{\text{valeur finale}}{\text{valeur initiale}} - 1$. Un taux de croissance est généralement exprimé en pourcentage.
- Le nombre $CM = vF / vI$ est appelé coefficient multiplicateur.
- Si t est le taux de croissance de vI à vF , alors :
 - $vF = vI(1+t)$.
 - $CM = 1+t$.

Les taux

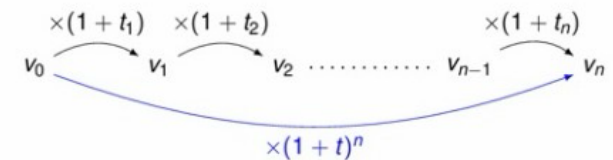
Taux de croissance moyen:

- On appelle taux de croissance moyen des n évolutions successives de taux $t_1, t_2, \dots, t_n$ le taux qui, répété n fois de suite, donnerait le même résultat que les n taux.

Le taux de croissance moyen t est née par :

$$t = (1 + T)^{\frac{1}{n}} - 1 = \left(\frac{V_n}{V_0}\right)^{\frac{1}{n}} - 1,$$

où V_0 = grandeur à la date 0 et V_n = grandeur à la date n .



Taux de croissance global:

On distingue 2 cas:

- Cas de 2 évolutions successives : Le taux de croissance global T correspondant à deux évolutions successives de taux respectifs t_1 et t_2 est :

$$T = (1+t_1)(1+t_2) - 1.$$

Si une valeur vI subit une évolution de t_1 suivie d'une évolution de t_2 .

Alors :

- $vF = vI(1+t_1)(1+t_2) = vI(1+T)$.
- Le coefficient multiplicateur $CM = (1+t_1)(1+t_2) = 1+T$.

- Cas de n évolutions successives : Soient $t_1, t_2, \dots, t_n$ des taux de croissance successifs. Le taux de croissance global sur la période 1, ..., n est :

$$T = (1+t_1)(1+t_2)\dots(1+t_n) - 1.$$

Remarque : Une hausse de $t\%$ suivie d'une baisse de $t\%$ ne se compensent pas

Caractéristique d'une variable statistique:

Caractéristiques de forme et de concentration

Caractéristiques de forme:

- Comparaison des indicateurs de tendance centrale
 $moyenne = M_e = M_o$: La distribution est symétrique.
 $moyenne > M_e > M_o$: La distribution est étalée à droite.
 $moyenne < M_e < M_o$: La distribution est étalée à gauche.
- Les moments simples et centrés:
 Les moments simples d'ordre r correspondent à une moyenne des puissances r :

$$m_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^r$$

Les moments centrés d'ordre r sont les moments simples d'ordre r appliqués aux écarts par rapport à la moyenne :

$$\mu_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^r$$

- Coefficient d'asymétrie de Fisher
 L'asymétrie est mesurée par le coefficient de Fisher : $\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \right)^3$.
- Coefficients d'asymétrie de Yule
 Le coefficient de Yule est calculé à partir de la position des quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3 . Il s'écrit : $c_y = \frac{(Q_3 - Q_1) - (Q_2 - Q_1)}{(Q_3 - Q_1) + (Q_2 - Q_1)}$
- Coefficient d'aplatissement de Fisher
 L'aplatissement est mesuré par le coefficient de Fisher : $\gamma_2 = (\mu_4 / \sigma_x^4) - 3$.

Caractéristiques de concentration:

- La courbe de concentration (ou de Lorenz)
 La courbe de concentration est obtenue en plaçant les points de coordonnées (F_i, Q_i) et en les joignant par des segments de droite
- Coefficient de Gini
 L'indice de Gini (noté IG) est égal au double de l'aire de concentration :
 $IG = 2 \times \text{aire de concentration}$

Quelques notions de base :

- La fréquence (ou fréquence relative) associée à une modalité x_i est définie comme le rapport :

$$f_i = \frac{n_i}{n}, n \text{ représentant l'effectif total de la population}$$

- Fréquence cumulée croissante F_i : La Fréquence cumulée croissante est la proportion d'individus ayant des modalités du caractère étudié inférieures ou égales à x_i

$$F_i = \sum_{j=1}^i f_j = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^i N_j, (i = 1, 2, \dots, k)$$

- 2 types de variables :
 variable quantitative
 variable qualitative
- Les variables quantitatives peuvent être :
 Discrète (représentée par un nombre fini de valeurs)
 Continue (représentée par un nombre infini de valeurs)

Représentation graphique :

Représentation graphique d'une variable qualitative :

- **Diagramme en bâtons** : à chaque modalité on associe un bâton dont la hauteur est proportionnelle à la fréquence relative (ou absolue) de la modalité.
- **Diagramme en barres** : à chaque modalité correspond un rectangle vertical dont la hauteur est proportionnelle à la fréquence relative (ou absolue) de la modalité.
- **Diagramme circulaire** : à chaque modalité correspond un secteur de disque dont l'aire est proportionnelle à la fréquence relative de la modalité (L'angle de chaque secteur est proportionnel à la fréquence : $\alpha_i = 360 \times f_i$)

Représentation graphique d'une variable quantitative:

- **Variable quantitative discrète** :
 • Polygone de fréquences (diagramme en bâtons)
 • Courbes cumulatives (représentation d'une distribution des fréquences cumulées)
- **Variable quantitative continue** :
 • Histogrammes (A chaque classe de la variable, on fait correspondre la surface d'un rectangle ayant pour base l'amplitude de classe)
 • Courbes cumulatives

Distributions statistiques à une variable

Caractéristique d'une variable statistique: Caractéristiques de dispersion

- L'étendue est l'écart entre la plus grande et la plus petite valeur de la série de données.
- Ecart interquartile : $IQ = Q_3 - Q_1$.
 ► IQ correspond à un intervalle qui regroupe 50% des observations autour de la médiane.
 ► Plus cet intervalle est large, plus la série est dispersée

- Diagramme en boîtes (ou I) : minimum, premier quart, médiane, troisième quart, maximum

$$V(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2$$

- La variance : $V(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2$.
 ► La variance est toujours positive.
- L'écart-type : $\sigma_X = \sqrt{V(X)}$
 ► L'écart-type mesure la dispersion des valeurs d'un échantillon statistique autour de la moyenne arithmétique de l'échantillon.
 ► Plus l'écart-type est faible, plus les valeurs sont regroupées autour de la moyenne

Caractéristique d'une variable statistique: Caractéristiques de tendance centrale et de position

- Le mode :
 • Cas des variables discrètes : Le mode d'une série est la valeur la plus fréquente de cette série.
 ► correspond à la valeur de la variable pour laquelle la fréquence relative (ou absolue) est la plus grande. (Le mode n'est pas la valeur la plus élevée)
 • Cas des variables continues : La classe modale est la classe dont la fréquence par unité d'amplitude est la plus élevée
- La médiane :
 • La médiane est la valeur du caractère pour lequel il y a autant d'observations supérieures à cette valeur que d'observations inférieures.
 ► Elle partage la série statistique en deux groupes de même effectif.
 • La médiane notée par Me d'une variable statistique de fonction cumulative F est telle que : $F(Me) = 0,5$ (ou 50%).
 • La médiane est calculée différemment si la distribution est discrète ou continue
- Les quantiles :
 • La notion de quantile (ou fractile) d'ordre α ($0 \leq \alpha \leq 1$) généralise la médiane.
 • On appelle quantiles d'ordre α les $(\alpha - 1)$ valeurs qui divisent les observations en α parties d'effectifs égaux.
 • Il existe 3 valeurs qui permettent de partager l'effectif total en 4 sous ensembles d'effectifs égaux : il s'agit des quartiles.
 ► Les 3 quartiles sont notés Q_1, Q_2 et Q_3
- Les moyennes :
 • La moyenne arithmétique :
 Cas d'une variable discrète : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$
 Cas d'une variable continue : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i c_i$
 • On peut aussi utiliser la moyenne géométrique ou encore la moyenne harmonique

Distributions marginales :

- Les $p(x_i, n_i)$ forment la distribution marginale de la variable X.

X	x_1	x_2	...	x_i	...	x_p
Effectifs	n_1	n_2	...	n_i	...	n_p

- Les $q(y_j, n_j)$ forment la distribution marginale de la variable Y.

Y	y_1	y_2	...	y_j	...	y_q
Effectifs	n_1	n_2	...	n_j	...	n_q

Moyennes et variances marginales :

- Les distributions marginales sont des distributions univariées.

- On peut leur appliquer toutes les propriétés des distributions à une variable

La moyenne marginale de la variable X : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i$

La moyenne marginale de la variable Y : $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^q n_j y_j$

La variance marginale de la variable X : $V(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2$

La variance marginale de la variable Y : $V(Y) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^q n_j (y_j - \bar{y})^2$

Distributions statistiques à deux variables

Distributions conditionnelles :

- La distribution de la variable X (resp. Y) sachant que la variable Y = y_j (resp. X = x_i) est appelée distribution conditionnelle de X (resp. Y) pour Y = y_j (resp. X = x_i).
- Une ligne ou une colonne constitue une distribution conditionnelle.
- Distribution conditionnelle de X pour Y = y_j

Fréquences conditionnelles :

- La fréquence conditionnelle de x_i sachant y_j noté $f_{i|j}$ (ou $f_{ij|Y=y_j}$) est la fréquence d'occurrence de x_i dans la colonne j du tableau de contingence :

$$f_{i|j} = \frac{n_{ij}}{n_{.j}}$$

- La fréquence conditionnelle de y_j sachant x_i :

$$f_{j|i} = \frac{n_{ij}}{n_{i.}}$$

- Les fréquences marginales et conditionnelles sont liées par la relation suivante :

$$f_{ij} = f_{j|i} \times f_{i.} = f_{i|j} \times f_{.j}$$

Moyennes et variances conditionnelles :

La moyenne conditionnelle de X sachant que Y = y_j est :

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n_{.j}} \sum_{i=1}^p n_{ij} x_i = \sum_{i=1}^p f_{i|j} x_i$$

La moyenne conditionnelle de Y sachant que X = x_i est :

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n_{i.}} \sum_{j=1}^q n_{ij} y_j = \sum_{j=1}^q f_{j|i} y_j$$

La variance conditionnelle de X sachant que Y = y_j est :

$$V_j(x) = \frac{1}{n_{.j}} \sum_{i=1}^p n_{ij} (x_i - \bar{x}_j)^2$$

La variance conditionnelle de Y sachant que X = x_i est :

$$V_i(y) = \frac{1}{n_{i.}} \sum_{j=1}^q n_{ij} (y_j - \bar{y}_i)^2$$

Ajustement et régression linéaire :

- Trois méthodes :
 - Méthode de Mayer
 - Méthode du maximum de vraisemblance
 - Méthode des moindres carrés ordinaires

Méthode des moindres carrés :

- déterminer a et b qui minimise la quantité :

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2 = M(a, b)$$

- Les coefficients $\underline{a}$ et b qui minimisent la quantité M(a,b) sont donnés par :
 $a = \text{Cov}(x, y) / V(x)$, $b = \bar{y} - a\bar{x}$.

Détermination de la qualité de l'ajustement linéaire :

- On utilise le coefficient de corrélation
- Le coefficient de corrélation linéaire entre deux variables X et Y, noté r_{XY} , est défini par :

$$r_{xy} = \text{Cov}(x, y) / \sigma_x \sigma_y$$
- Le coefficient de corrélation est une mesure de l'intensité de la relation linéaire entre deux variables étudiées
- Si le coefficient $r_{xy} \approx 0$, il faut rejeter l'ajustement linéaire