Les annales de la Corpo

Chers étudiants, ça y est, le semestre touche à sa fin. Mais pour bien profiter de l'été et éviter les rattrapages, la case des partiels semble inévitable !

Depuis maintenant 85 ans la Corpo Assas accompagne les étudiants dans tous les domaines de la vie universitaire, et pour la première fois cette année vous propose des annales, ces fiches sont écrites par nos membres dans le but de favoriser l'entraide étudiants ainsi que de vous aider dans l'apprentissage de certaines notions clés d'une matière, sans reprendre le cours du professeur.

Effectivement, ces fiches sont là pour vous orienter, elles sont faites par des étudiants et ne sont en aucun cas un substitut à ce qui à été enseigné en TD ou en cours car elles ne se basent que sur les recherches et l'apprentissage personnelles de nos membres.

Si jamais il vous venait des questions, n'hésitez pas à nous envoyer un message sur la page Facebook Corpo Assas ou à Alice Faracci, Manfred Coudert, Titouan Tardy et Iris De Laporte.

➢ **Comment valider votre année ?** Pour les L1 :

Il faut tout d'abord rappeler que toutes vos notes se compensent. Pour valider de la manière la plus simple votre année, il vous faut valider vos blocs de matières fondamentales mais aussi vos blocs de matières complémentaires. Cependant, le calcul peut s'avérer plus complexe...

Chaque fin de semestre est marquée par des examens qui constituent l'épine dorsale de la validation de votre année. Bon nombre d'autres possibilités vous sont proposées pour engranger un maximum de points et limiter ainsi l'impact de vos partiels. Chacun de vos chargés de TD va vous attribuer une note sur 20 à l'issue du semestre. Vos TD de matières fondamentales comptent donc autant que l'examen écrit, lui aussi noté sur 20. Cet examen s'effectue en 3h et nécessite un exercice de rédaction. Sur un semestre, une matière fondamentale peut donc vous rapporter jusqu'à 40 points. Seuls 20 points sont nécessaires à la validation de la matière. Pour valider votre bloc de fondamentales, il vous faut donc obtenir 40 points en additionnant vos notes de TD et vos notes aux partiels. Si toutefois vous n'obtenez pas ces 40 points, vous repasserez en septembre,

lors de la session de rattrapage, la ou les matières que vous n'auriez pas validée(s).

Attention : le passage par septembre annule votre note de TD obtenue dans la matière. Pour les L2 :

Le principe est similaire, à la différence qu'il y a plus de matières fondamentales et plus de matières complémentaires.

Conclusion simple : travailler toutes les matières un minimum en mettant l’accent sur les TD et les matières fondamentales (les plus gros coefficients) vous permettra de maximiser vos chances de valider votre année du premier coup et ainsi éviter l’écueil des rattrapages de septembre.

➢ Système de compensation et session de septembre

Si, au sein même des unités d’enseignement, les matières se compensent, les blocs peuvent aussi se compenser entre eux à la fin de l’année. Ainsi, si vous obtenez une moyenne générale sur l’année de 10/20, votre passage est assuré.

En cas d’échec lors des sessions de janvier et de juin, une seconde chance vous est offerte en septembre.

Attention, contrairement aux idées reçues, les rattrapages ne sont pas plus faciles, ils sont connus pour être notés plus sévèrement. Toutes les matières des blocs non validés où vous n’avez pas eu la moyenne sont à repasser. S’il s’agit d’une matière à TD, la note de TD est annulée (même si vous avez été défaillant), de sorte que la note obtenue en septembre compte double (8/20 revient à 16/40). Les points d'avance acquis lors de l’année (points audessus de la moyenne lors de la validation d'un bloc) sont valables après les rattrapages et permettent donc la compensation finale comme décrite précédemment.

A noter que le jury peut vous accorder quelques points pour l'obtention de votre année, notamment dans le cas d'un étudiant sérieux en TD... A bon entendeur !

Pour les L1, le passage en deuxième année peut aussi se faire en conditionnel, pour cela il vous faut valider les deux unités d'enseignement fondamental et une unité d'enseignement complémentaire tout en sachant que l'autre unité complémentaire sera à repasser en L2.

Annales Mathématiques Janvier 2020

Exercice 1

a)
f est définie sur R.

b) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x+2}-2}{3(x-2)} = \frac{+}{+}$: forme indéterminée

$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x+2} - 2 = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} 3(x-2) = +$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+2}-2}{3(x-2)}=\frac{x\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-\frac{2}{x}}{x(3-\frac{6}{x})}=\frac{\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-\frac{2}{x}}{3-\frac{6}{x}}=\frac{0+2\times0-0}{3-0}=0$$

c)

$\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{3(x-2)}=\frac{0}{0}$: forme indéterminée.

$$\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{3(x-2)}=\frac{\sqrt{x+2}-2}{3(x-2)}\times\frac{\sqrt{x+2}+2}{\sqrt{x+2}+2}=\frac{x+2-4}{3(x+2)(\sqrt{x+2}+2)}=\frac{1}{3\sqrt{4}+2}=\frac{1}{12}$$

d)

F est définie au voisinage de 2, sans pour autant être dérivable en 2 :

F est dérivable en 2 car $\lim\limits_{x\to2+}\frac{\sqrt{x+2}-2}{3(x-2)}$ existe et est notée f'+(2), c'est le nombre dérivé de f à droite de a.

De même, f est dérivable en 2 car $\lim\limits_{x\to2-}\frac{\sqrt{x+2}-2}{3(x-2)}$ existe et est notée f'-(2), c'est le nombre dérivé de f à gauche de a.

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(3x-6)-3\left(\sqrt{x+2}-2\right)}{(3x-6)^2}=\frac{-3x-18+12\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}\,(3x-6)^2}$$

$$f'_+(2)=\frac{-3\times2_+-18+12\sqrt{2_++2}}{2\sqrt{2_++2}\,(3\times2_+-6)^2}=\frac{-6_+-18+24_+}{4_+\times0_+{}^2}=\frac{0_+}{0_+}$$

$$f'_-(2)=\frac{-3\times2_--18+12\sqrt{2_-+2}}{2\sqrt{2_-+2}\,(3\times2_--6)^2}=\frac{-6_--18+24_-}{4_-\times0_-{}^2}=\frac{0_-}{0_-}$$

Exercice 2

a)
On cherche α le maximum, t.q f'(α) = 0.

$$f'(x) = \frac{3}{x+1} - 1$$

$$f'() = 0 \leftrightarrow \frac{3}{+1} - 1 = 0 \leftrightarrow \frac{1}{+1} = \frac{1}{3} \leftrightarrow +1 = 3 \leftrightarrow = 2$$

F admet un maximum en f(2).
Ce maximum vaut donc F(2) = 3ln(3) – 2.

b)
F'(x) = 0 ⇔ x = 2
F'(x) < 0 ⇔ x > 2

x	2 +∞
F'(x)	0 -
F(x)	

c)

$\lim\limits_{x\to+\infty} (3\ln(x+1) - x) = -\infty$
Car $\lim\limits_{x\to+\infty} (3\ln(x+1) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} -x = -\infty$
Or, $\left|(3\ln(x+1)\right| < |-x|$,
Donc $\lim\limits_{x\to+\infty} (3\ln(x+1) - x) = -\infty$

d)
On sait que f(x) est strictement décroissante sur $]2\ ;\ +\infty[$
Donc, d'après le TVI, il existe une unique solution à l'équation f(x) = 0 t.q :
3ln(x+1)-x = 0.

e)
On sait grâce au TVI qu'il existe une unique solution à l'équation f(x) = 0 sur $[\alpha; +\infty[$. On cherche donc une solution à l'équation f(x) = 0 sur $]-1\ ;\ \alpha[$
F(x) = 0
⇔ $3\log(x+1) - x = 0$
⇔ $\log(x+1) - x = 0$
⇔ $x = 0$

Donc, en f(0), la fonction admet une autre racine comprise entre $\left]-1\ ;\ +\infty\right[$

Exercice 3

a)
Les extremums sont les solutions de f'(x) = 0.

$$f'(x) = 3x^2 - 30x + \frac{57}{4}$$

$f'(x) = 0$
$=> \ x_1 = \frac{1}{2} \ ; \ x_2 = \frac{19}{2}$

Donc max = 9,5
Et min = 0,5

b)
Une fonction est convexe si f''(x) > 0.

$$f'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x$$

$$f''(x) = 12x^2 - 6x + 2$$

f''(x) > 0
⇔$12x^2 - 6x + 2 > 0$
Toujours positif car $12x^2 > \ -6x$
Donc f(x) est convexe.

F admet un minimum lorsque f'(x) = 0
F'(x) = 0
⇔ $4x^3 - 3x^2 + 2x = 0$
⇔ $x = 0$

F admet un minimum local en x = 0
F(0) = 1
Le minimum local vaut 1.

Exercice 4

a)

$$U_{n+1} = \frac{3U_n + U_n^2}{9} > 0$$

Car $U_n > 0$

La propriété est vraie au rang 0, en la supposant vraie au rang n, elle est encore vraie au rang n+1, donc elle est vraie $\forall n \in \mathbb{N}$.

b)

$$U_{n+1} = \frac{3U_n + U_n^2}{9} < 3$$

Car $U_n < 3$

La propriété est vraie au rang 0, en la supposant vraie au rang n, elle est encore vraie au rang n+1, donc elle est vraie $\forall n \in \mathbb{N}$.

c)

On étudie le signe de $U_{n+1} - U_n$:

$$U_{n+1} - U_n = \frac{1}{9}\left(3U_n + U_n^2\right) - U_n$$

$$= \frac{1}{3}U_n + \frac{1}{9}U_n^2 - U_n$$

$$= \frac{1}{9}U_n^2 - \frac{2}{3}U_n$$

$$= U_n\left(\frac{1}{9}U_n - \frac{2}{3}\right)$$

$$U_n\left(\frac{1}{9}U_n - \frac{2}{3}\right) > 0$$

$$\Leftrightarrow U_n > 0 \ \ et \ \frac{1}{9}U_n - \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow U_n > 0 \ \ et \ \ U_n < 6$$

$(0 < U_n < 6) > 1$ donc la suite est monotone et croissante.

d)

Comme la suite est croissante, elle est majorée par 3, ainsi elle converge vers 3.

e)

Puisque la suite converge et est majorée en 3, sa limite est donc 3.

Exercice 5

$$\int_0^1 xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x = \left(xe^x - e^x\right)_0^1 = 1e^1 - e^1 - \left(0e^0 - e^0\right) = 1$$

$$\int_0^{\ln(2)} \frac{e^x}{e^x+1} dx = \int \frac{e^x}{e^x+1} dx = \int \frac{1}{t} dt = \log(|t|) = \log\Big(|e^x+1|\Big) = \log\Big(|e^x+1|\Big)_0^{\ln(2)}$$

$$= \log(e^{\ln(2)}+1) - \log(e^0+1) = \log\frac{3}{2}$$