Université Paris II
L2 Economie et Gestion
Septembre 2018. 1h30

Mathématiques 3 (5007)
Cours de Mme HAYEK

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

Exercice 1

Soit E et F des espaces vectoriels et f une application linéaire de E dans F.
a) Définir $Kerf$.
b) Montrer que $Kerf$ est un sous-espace vectoriel de E.

Exercice 2

Soit f une application de $I\!R^3$ dans $I\!R^4$ telle que:

$$f(\vec{u}) = f(x,y,z) = (x - 3y + z\ ,\ 0\ ,\ y\ ,\ -x - z).$$

a) Montrer que f est une application linéaire de $I\!R^3$ dans $I\!R^4$.
b) Déterminer $Kerf$. En donner une base et la dimension.
c) Quelle est la dimension de $f(I\!R^3)$?
d) Déterminer une base de $f(I\!R^3)$.
e) f est-elle injective, surjective, bijective?
f) Calculer la matrice A représentant f dans les bases canoniques de $I\!R^3$ et $I\!R^4$.

Exercice 3

Soit f l'application linéaire de $I\!R^3$ dans $I\!R^3$ dont la matrice représentative dans la base canonique de $I\!R^3$ (départ et arrivée) est

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix}, \qquad m \in I\!R$$

a) Déterminer $f(x,y,z)$ en fonction de m, pour $(x,y,z) \in I\!R^3$.
b) Pour quelles valeurs de m, f est elle injective, surjective, bijective ?
c) Pour quelles valeurs de m, A est-elle inversible? Dans ces cas calculer l'inverse de A en fonction de m.

Exercice 4

a) On rappelle que $\mathcal{M}(3,3)$ est l'espace vectoriel des matrices $(3,3)$. Montrer que l'ensemble suivant est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}(3,3)$:

$$\mathcal{A} = \{A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}(3,3)\ /\ a,b,c \in I\!R\}$$

b) Donner une base de cet espace. Quelle est la dimension de cet espace?